

Fișă de lucru

1. Fie $(\mathbb{C}, +)$ grupul aditiv al numerelor complexe. Să se arate că $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ unde $f(z) = \bar{z}$, este automorfism de grupuri.
2. Fie (\mathbb{C}, \cdot) grupul multiplicativ al numerelor complexe.
Să se arate că $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = \bar{z}$ este automorfism de grupuri
3. Fie $(\mathbb{Z}, +)$ grupul aditiv al numerelor întregi.
 - a) Să se determine monoidul $(\text{End}(\mathbb{Z}), \circ)$.
 - b) Să se determine $\text{Aut}(\mathbb{Z})$ și să se arate că grupurile $(\text{Aut}(\mathbb{Z}), \circ)$ și $(\mathbb{Z}_2, +)$ sunt izomorfe.
4. Să se arate că funcția $f: \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, $f(z) = |z|$ este morfism între grupurile (\mathbb{C}^*, \cdot) și (\mathbb{R}^*, \cdot)
5. Se consideră :
$$M = \{A(x) / A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 0 & x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}\}.$$
Să se arate că :
 - a) $(M, +)$ este grup.
 - b) $f: \mathbb{R} \rightarrow M$, $f(x) = A(x)$ este izomorfism de grupuri între $(\mathbb{R}, +)$ și $(M, +)$
6. Pe mulțimea \mathbb{R} se definesc legile de compoziție:
 $x \circ y = x + y + a$, $x \perp y = x + ay - 1$.
Să se determine a și b real pentru care $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + b$, să fie izomorfism între grupurile (\mathbb{R}, \circ) și (\mathbb{R}, \perp) .
7. Fie $F = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ unde $f_i: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ și $f_1(x) = x$, $f_2 = -x$, $f_3 = \frac{1}{x}$,
 $f_4 = -\frac{1}{x}$. Să se arate că:
 - a) (F, \circ) este grup comutativ
 - b) (F, \circ) este izomorf cu grupul lui Klein.

Exercițiile din fișă vor constitui și tema pentru acasă.

Fișele de lucru, însoțite de rezolvări vor completa portofoliul elevului