



Grupuri

Rezumatul unității de învățare

Un grup este o noțiune generală a algebrei. În această unitate de învățare, tema grupurilor este studiată la disciplina algebră, la nivelul clasei a XII-a. Pe lângă obiectivele specifice lecțiilor de algebră, se va urmări dezvoltarea la elevi a competențelor secolului XXI. Elevii vor fi motivați să încerce să descopere lucruri noi prin crearea de mici proiecte lucrând pe echipe.

Noul curriculum de matematică afectat trunchiului comun pentru clasele a X-a – a XII-a cuprinde trei tipuri de programe: M1, M2, M3, care prezintă un grupaj de competențe și conținuturi aferente unor anumite filiere, profiluri și specializări. Fiecare programă acoperă curriculum-ul nucleu (alocat specializării cu număr mai mic de ore din cadrul grupajului) și curriculum-ul nucleu aprofundat (alocat specializării care dispune de o oră în plus în trunchiul comun). Acesta din urmă este evidențiat în text prin * și sublinieri. Astfel pentru clasa de matematică – informatică care merge după programa M1, la capitolul GRUPURI îmi propun următoarele:

1. Reamintirea proprietăților de comutativitate, asociativitate, de existență a elementului neutru, de determinare a elementelor simetrizabile plecând de la mulțimi de numere.

Analizarea pe baza comparării proprietăților algebrice sau aritmetice ale operațiilor definite pe diferite mulțimi de numere în scopul identificării unor algoritmi. Operații de utilizare a similarității operațiilor definite pe mulțimi diferite pentru deducerea unor proprietăți algebrice.

- 2.** Noțiunea de semigrup, monoid, exemple.
- 3.** Noțiunea de grup, exemple, reguli de calcul în grup.
- 4.** Aplicații.
- 5.** Subgrup al unui grup, exemple.
- 6.** Teorema lui Lagrange.
- 7.** Ordinul unui element. Aplicații.
- 8.** Morfisme și izomorfisme de grupuri.
- 9.** Grupuri clasice.

Vor fi folosite metode de evaluare care să ofere atât relații despre nivelul de pregătire al elevilor, dar mai ales modul în care a fost atinse competențele generale și specifice propuse la tema „Grupuri”.

Pe scurt

Nivel: Clasa a XII-a

Aria tematică: Matematică și Științe ale naturii

Timpul aproximativ

necesar: 12 ore a câte 50 minute, studiu individual 6 ore

Autor: Cataragă Ștefania
Issabella, Grupul Școlar
„Henri Coandă”, Rm. Vâlcea,
Vâlcea

Întrebări cheie ale curriculumului

- **Întrebare esențială**
Cum ne influențează numerele existența?
- **Întrebările unității de învățare**
Ce vă sugerează „teoria numerelor”?
Cum se relaționează în grup?
De ce folosim structurile și legăturile dintre ele?
- **Întrebări de conținut**
Ce este legea de compoziție?
Cum se formează tabla unei legi de compoziție?
Ce este semigrupul, monidul, grupul?
Care sunt regulile de calcul într-un grup?
Ce este morfismul, izomorfismul?
Care sunt legăturile cu geometria, algebra, chimia?

Evaluare-sumar

Vedeți cum sunt folosite în Planul unității de învățare Grupuri o varietate de [metode și instrumente de evaluare](#) centrate pe elev. Aceste evaluări îi ajută pe elevi și pe profesori să-și stabilească obiective; să monitorizeze progresul elevilor; să ofere feedback; să evalueze modul de gândire, procesele, performanțele și produsele; și să reflecteze asupra învățării pe parcursul întregului ciclu de învățare.

Aptitudini și capacități obligatorii

- cunoștințe și abilități TIC;
- cunoștințe minime de limba engleză pentru îndeplinirea anumitor sarcini de lucru;
- familiarizarea cu noua metodă de predare;
- cunoștințe științifice minime legate de teoria numerelor, legi de compoziție, funcții – proprietăți;
- abilitatea de folosire a motoarelor de cautare (navigarea pe Internet).

Procedee de instruire

Prima oră și a doua oră

La începutul unității de învățare elevii vor completa individual [harta Știu-Vreau să știu-Am învățat](#) legată de teoria numerelor, mulțimi uzuale cu operații și proprietățile lor, legi de compoziție, proprietățile acestora, funcții injective, surjective, bijective, inversabile. Se va lansa provocarea de a se gândi cum ar răspunde la întrebarea esențială „Cum ne influențează numerele existența?”.

Elevii vor fi împărțiți aleatoriu pe grupe și vor reflecta la întrebările de unitate *Ce vă sugerează „teoria numerelor”? Cum se relaționează în grup? De ce folosim structurile și legăturile dintre ele?.* Va fi desemnat un purtător de cuvânt, care să prezinte concluziile și răspunsurile elevilor. Vor primi apoi un test de evaluare inițială legat de noțiunile învățate, vor completa diagrama KWL și vor completa în [jurnalul de reflecție](#).

Li se va prezenta elevilor [planul proiectului](#) și cerințele acestuia ce constau în crearea unei prezentări / publicații / wiki pe una din teme: *Ce vă sugerează „teoria numerelor” ? Cum se relaționează în grup? Ce tipuri de structuri vom învăța? De ce folosim structurile și legăturile dintre ele ?*

Fiecare dintre produsele dorite vor fi prezentate ca un șablon și le vor găsi pe fiecare calculator în folderul creat **grupuri**, cu numele [broșura](#), [nume_prenume_prezentare](#), iar pentru [wiki](#)* sa aibă pagina cu titlul lectiei.

Li se explica elevilor urmatoarele:

1. Fiecare elev își va crea un dosar intitulat **Nume_Prenume_Grupuri**, în care va lucra pe parcursul întregului proiect. Elevii vor fi organizați în grupe de lucru, fiecare elev având contribuții proprii în realizarea proiectului. Fiecare grupă va avea propriul wiki pe care va posta portofoliul.
2. În directorul grupuri pe fiecare calculator se găsesc materiale de sprijin:
3. Se pun la dispoziție elevilor [lista de verificare a publicației](#), [lista de verificare a prezentării](#), [lista de verificare wiki](#), [ghid de notare al investigației și prezentării](#). Se va discuta cu elevii [grila de evaluare criterială a prezentării](#) cu care se va evalua produsele finite ale elevilor.
4. La sfârșitul fiecărei lecții elevilor li se vor acorda 5-7 minute pentru a completa un [jurnal de reflecție](#), iar următoarea oră discuțiile individuale și în grup vor fi axate pe rezolvarea problemelor apărute; jurnalele de reflecție vor fi parte a portofoliului fiecărui elev.

Lecțiile 3 – 4

Acestea sunt lecții de descoperire dirijată în sensul că se oferă pretextul problemă relevant. Se valorifică achizițiile anterioare adaptând experiența la situații problemă prezentate, în vederea pregătirii noului conținut.

Se sistematizează rezultatele teoretice ce decurg din situațiile problemă prezentate. Se exersează conținutul pe exemple semnificative. Aceste lecții au ca titlu: Semigrup. Monoid. Grup. Reguli de calcul în grup.

Aceste lecții sugerează răspunsul la primele două întrebări de unitate: *Ce vă sugerează "teoria numerelor"? Cum generează numerele o structură?* Pe baza unei fișe de lucru elevii vor începe să descopere legătura dintre asociativitate, element neutru, element simetrizabil, comutativitate și vor descoperi definițiile noilor structuri. Elevii vor căuta informații referitoare la structuri algebrice, vor studia materialele de facilitare și site-uri web asistați de profesor și pornind de la întrebările de conținut. Ei vor nota în jurnale (fișiere Word) link-uri, definiții ale noilor structuri algebrice întâlnite, tabla operației, legătura dintre ramurile matematicii referitoare la tema studiate, vor descoperi operațiile în structura grupuri. Elevii vor comunica în cadrul grupului pentru aș clarifica noțiunile teoretice, dar vor participa și la conferențierile cu profesorul.

Elevii vor începe să lucreze la produsele lor, iar ca o evaluare a ceea ce au făcut să deschidă prezentarea șablon și să completeze noile noțiuni.

Observație: Fiecare elev va avea responsabilitatea realizării a 1 sau 2 aplicații în cadrul grupei, în colaborare cu ceilalți elevi din echipă. Fiecare elev va evalua aplicațiile celorlalți colegi din echipă.

Lecțiile 5 – 6.

Sunt lecții de problematizare, în care elevii lucrează la prezentare și li se va aplica [lista de verificare a progresului](#). Se vor prezenta [aplicații semnificative](#) ce conduc la identificarea și construcția unor metode de lucru, aplicații care permit dezvoltarea unor rezultate teoretice prin analiza soluțiilor și prin relaționări între diferite tipuri de reprezentări utilizate. Va avea loc o confruntare profesor elevi care se va focaliza pe discuții de conținut, pe anumite etape ce vor fi folosite în rezolvarea problemelor. Elevii vor rezolva acasă probleme din fișa de lucru și vor selecta pentru prezentare 5 probleme legate de monoid, semigrup din culegerea inf.ucv.ro/~busneag/books/culegere/culegere.pdf*

Lecția 7

Este o lecție mixtă cu titlul „Subgrup al unui grup. Exemple”, ce va răspunde la întrebarea *Ce*

tipuri de structuri am / vom învăța?. Și aici, elevii vor aprofunda noțiunile învățate și vor descoperi altele noi, în sensul de echivalențe a unor noțiuni matematice. Elevii vor consulta slide-ul nr. 4 din prezentarea de întâmpinare a nevoilor elevilor. Se va organiza o conferință de explicare a teoremei respective, apoi elevii vor lucra în grup la realizarea broșurii. Vor completa lista de verificare și grila scorare de investigație și prezentare în vederea autoevaluării. Continuarea prezentării va fi tema pentru acasă.

Lecția 8

Teorema lui Lagrange este un rezultat al teoriei grupurilor, dar cu multiple aplicații, pe care elevii le pot găsi la adresa meditatiionline.ro/44100-122-0-0-0-0-Formule_Matematica_Grupuri.html#l_122*.

Elevii vor fi îndrumați să descopere legătura între ordinul unui grup și a ordinul unui element al unui grup sau sugrup fie folosind materialul de facilitare slide nr. 5 fie căutând noțiunile pe adresa de mai sus.

Reflecțiile legate de această aspect le vor completa în prezentare, publicație și site, începând din clasă și continuând acasă.

Lecțiile 9-10

Sunt lecții ce răspund la ultima întrebare De ce folosim structurile și legăturile dintre ele ? – titlul acestora este : Morfisme și izomorfisme de grupuri. Grupuri clasice. Aplicații. Se va sugera studierea afirmației: În ce măsură două structuri algebrice sunt identice din punct de vedere al proprietăților algebrice, iar pentru provocarea gândirii critice, se va continua cu structurile sunt identice indiferent de natura elementelor ce alcătuiesc cele 2 structuri.

Lucrul în echipă continuă și elevii vor căuta informațiile pe meditatiionline.ro/44100-122-0-0-0-0-Formule_Matematica_Grupuri.html#l_122. Elevilor li se va cere să completeze fișierul de exemple și contraexemplu de morfisme și izomorfisme și să folosească [fișa de activitate](#).

Elevii vor completa pe site-ul grupuri.wik.is* pagini cu legăturile între structurile algebrice și geometrie, chimie. Ca suport de sprijin ar fi exemplele din lecțiile electronice ce le găsesc pe site. Studiu individual.

Lecțiile 11-12

Sunt destinate prezentării unuia dintre produsele proiectului și susținerea acestuia; autoevaluarea se realizează de către fiecare grup care a realizat produsul pe baza descriptorilor, iar interevaluarea se realizează individual, de către elevii celorlate grupe, neimplicați în realizarea produsului, prin completarea grilelor de scorare pentru fiecare prezentare; grilele de scorare vor fi parte a portofoliului fiecărui elev. La sfârșitul prezentărilor elevii vor primi un [test de evaluare finală](#).

Adaptare pentru diferențierea instruirii

Elevul cu dificultăți de învățare

- Sarcini de muncă adaptate posibilităților de muncă;
- Repetarea noțiunilor și transcrierea lor pe caiet;
- Lucrul în echipă;
- Instrucțiuni speciale și precise;
- Elevii primesc diferite roluri;
- Li se indică elevilor centre pentru a explora diferite subiecte individual sau în grupe mici (CDI);
- Elevii care nu au abilități IT vor primi ajutor de la profesor.

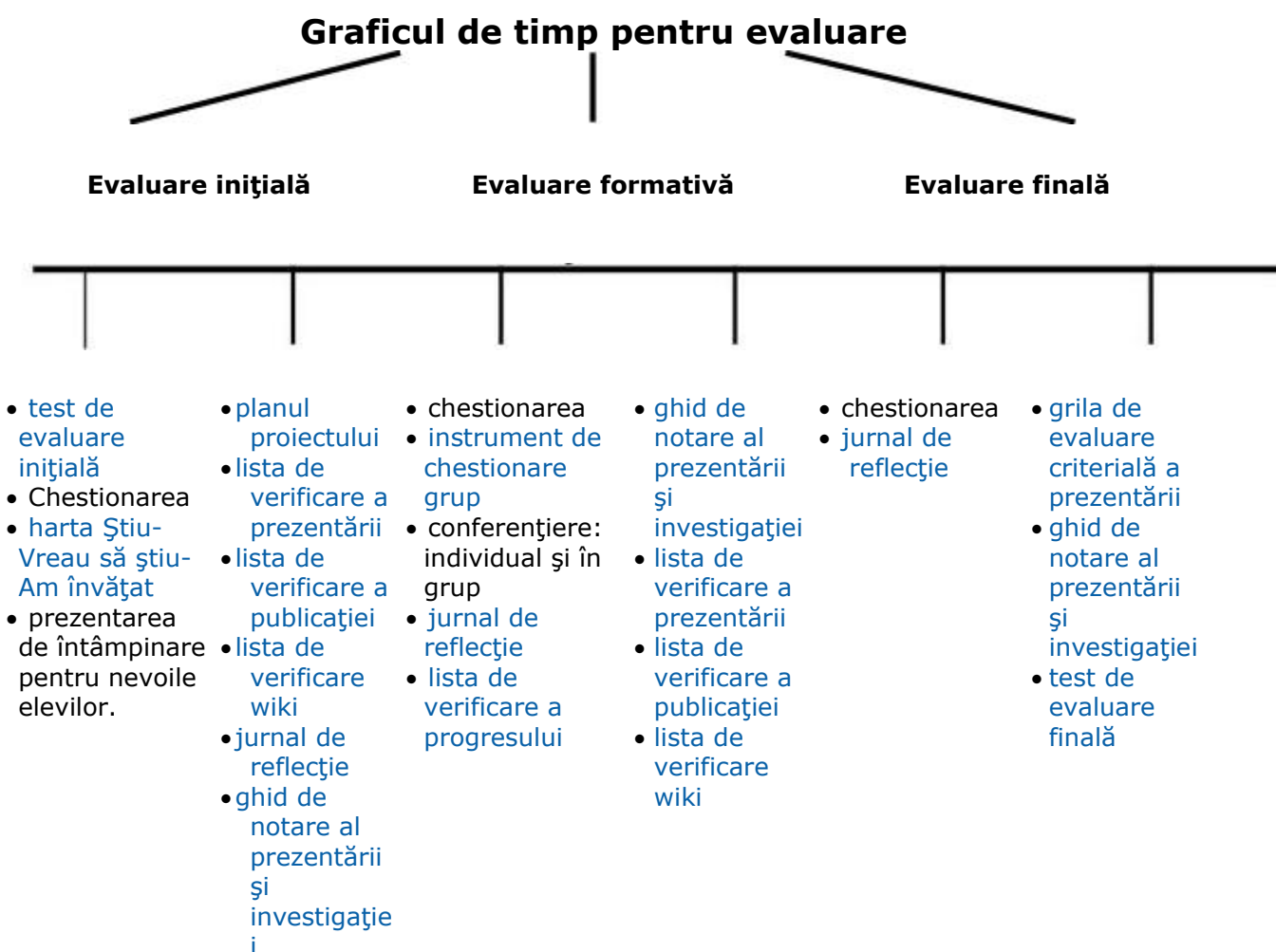
Elevul talentat

- Se pune accent pe rezolvarea de probleme care să dezvolte creativitatea;
- Prezentarea unei aplicații pe wiki de legătură între grupuri și moleculele chimice.

Elevul vorbitor de limba română ca limbă străină

- Elevii pot accesa informații în limba lor maternă sau într-o limbă de circulație internațională;
- Acces la dicționare, site-uri specializate și alte resurse.

Plan de evaluare



La începutul unității de învățare, se vor purta discuții cu elevii despre legile de compoziție învățate cu proprietățile lor, se va aplica un **test de evaluare inițială** pentru proprietățile legilor de compoziție și pentru funcții injective, surjective, bijective, inverse. Elevii vor completa **harta Știu-Vreau să știu-Am învățat** pentru o mai bună conștientizare a noțiunilor.

Chestionarele se vor folosi pe parcursul întregului proiect, având în vedere dezvoltarea la elevi

a abilităților de ordin superior și faptul că astfel profesorul poate monitoriza permanent învățarea. Acest [instrument de chestionare grup](#) se va folosi și în evaluările formativă și finală, deoarece se poate identifica comunicarea între echipe, între membrii acestora.

Se vor desemna pe rând din fiecare echipă un *purtător de cuvânt* – *observator* care va prezenta obstacolele întâmpinate, neclaritățile științifice, rezultatele la care au ajuns pentru a putea astfel să monitorizeze progresul, să faciliteze învățarea. Toate aceste reflecții vor fi notate într-un [jurnal de reflecție](#) folosit pe parcursul întregului proiect și care va fi pus la dispoziția profesorului.

Evaluarea elevilor se face la fiecare oră pe baza [observării permanente](#) la clasă, în timpul de lucru în echipă pentru a monitoriza activitatea lor, abilitățile gradul de implicare, comunicare, respectarea regulilor, corectitudinea limbajului matematic.

Elevii vor folosi liste de verificare pentru prezentare-broșură-wiki și grila scorare pentru autoevaluarea celor 3 produse ce vor fi predate pe parcurs în legătura cu una din întrebările de unitate: *Ce vă sugerează „teoria numerelor” ? Cum se relaționează în grup? De ce folosim structurile și legăturile dintre ele ?*

La finalul unității de învățare, elevii vor primi un [test de evaluare finală](#) și vor prezenta în fața colegilor, profesorului și a dirigintelui unul din produsele proiectului. Aceste proiecte vor fi autoevaluate cu aceeași grilă de criterii. Interevaluarea lor se realizează pe baza unui [ghid de notare a investigației și prezentării](#) care se aplică individual tuturor proiectelor.

Standarde de performanță și obiective operaționale

Standarde de performanță - obiective de referință/competențe specifice

- Identificarea proprietăților operațiilor cu care este înzestrată o mulțime de numere;
- Evidențierea asemănărilor și a deosebirilor dintre proprietățile unor operații definite pe diferite mulțimi;
- Utilizarea unor modalități elementare de identificare a morfismelor și izomorfismelor;
- Determinarea și verificarea proprietăților unei structuri algebrice;
- Caracterizarea unei structuri algebrice prin intermediul proprietăților operațiilor;
- Utilizarea proprietăților operațiilor pentru identificarea legăturilor între structuri izomorfe sau neizomorfe.

Obiective operaționale/rezultate așteptate

La sfârșitul unității de învățare, elevii vor fi capabili:

- să identifice proprietățile mulțimilor;
- să descrie comportarea diferitelor mulțimi în funcție de proprietățile unei legi de compoziție;
- să argumenteze rezultatele propriilor investigații asupra mulțimilor, într-o prezentare/wiki;
- să aplice în probleme proprietățile structurilor algebrice;
- să identifice structuri utilizând proprietățile;
- să creeze o operație și să-i alcătuiască tabla;
- să analizeze diferite proprietăți ale tablei de operații;
- să investigheze diferite structuri și operațiile acestora pentru a identifica tipul de structură: semigrup, monoid, grup;
- să facă predicții referitoare la mulțimi ce pot fi în raport cu anumite operații definite de elevi subgrup, grup ciclic;
- să creeze morfisme și izomorfisme de grupuri prezentate într-un șablon;

- să colecteze, să analizeze și să interpreteze informații;
- să folosească informația obținută din investigație în activități de cercetare.

Materiale și resurse necesare

Materiale tipărite

- Manuale;
- Culegeri de probleme.

Resurse suplimentare

- Laborator de informatică;
- Sistemul AEL;
- CD-uri.

Resurse de pe Internet

- www.e-referate.ro*
- [ro.wikipedia.org/wiki/Grup_\(matematică\)](http://ro.wikipedia.org/wiki/Grup_(matematică))*
- ro.wikipedia.org/wiki/Asociativitate*
- mathworld.wolfram.com/Associative.html*
- mathworld.wolfram.com/Group.html*
- mathworld.wolfram.com/Monoid.html*
- mathworld.wolfram.com/Semigroup.html*
- ro.wikipedia.org/wiki/Semigrup*
- mathworld.wolfram.com/topics/MatrixGroups.html*
- meditatiionline.ro/44100-122-0-0-0-Formule_Matematica_Grupuri.html#I_122*
- inf.ucv.ro/~busneag/books/culegere/culegere.pdf*

Tehnologie–Hardware

- Computer(e)
- Imprimantă
- Sistem de proiecție
- Scanner
- Altele
- Echipament pt. video
- Conexiune Internet

Tehnologie–Software

- Tehnoredactare
- Software E-mail
- Creare pagină web
- Internet Web Browser
- Multimedia
- Procesare documente